

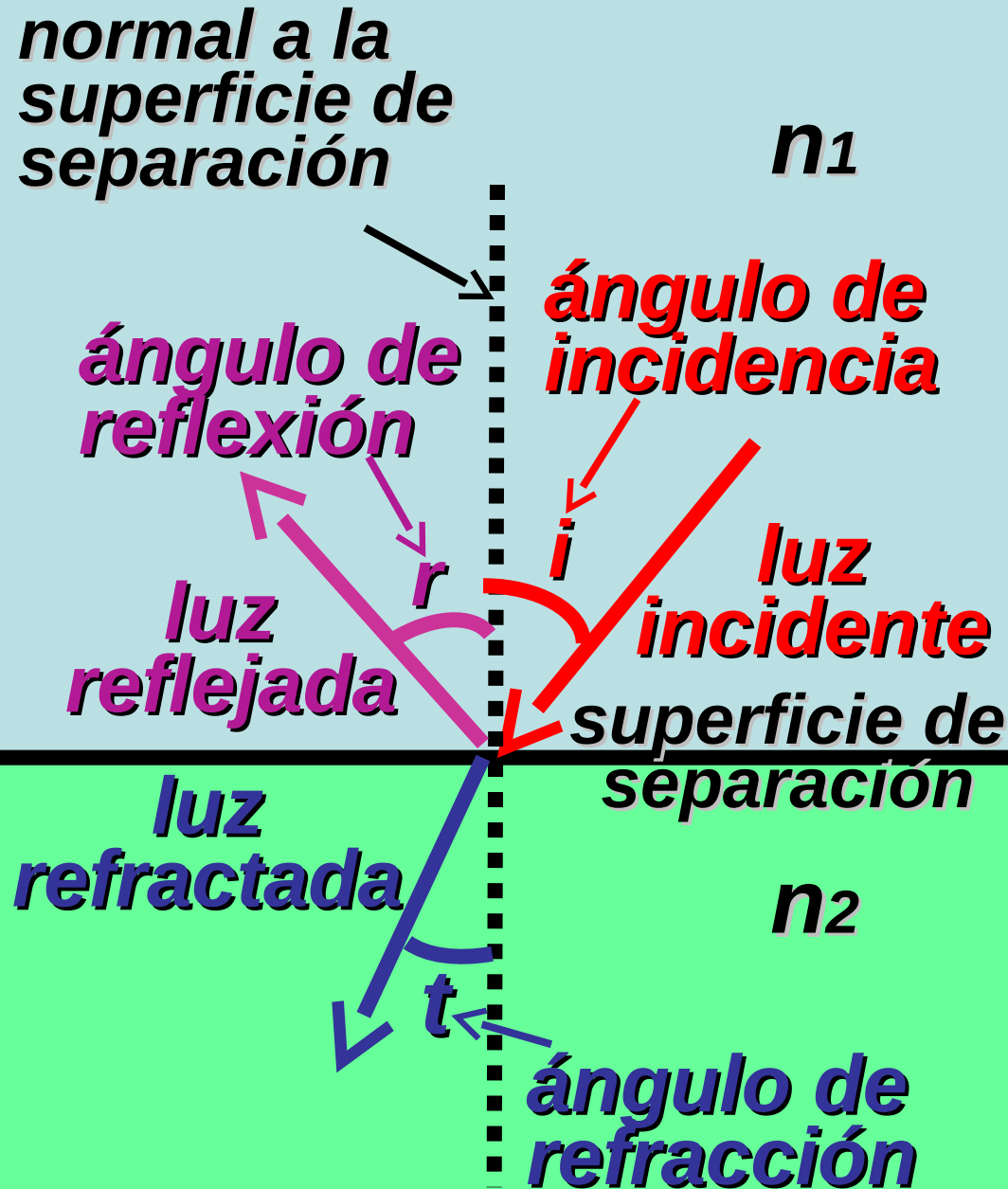
refracción de la luz

cambio de dirección que experimenta al pasar de un medio a otro de diferente índice de refracción, n



parámetro característico del medio definido como el cociente entre c , la velocidad de la luz en el vacío, y v , la velocidad de la luz en el medio: $n=c/v$

v depende de propiedades del medio, como densidad y temperatura, y de la longitud de onda de la luz



leyes de la reflexión y la refracción

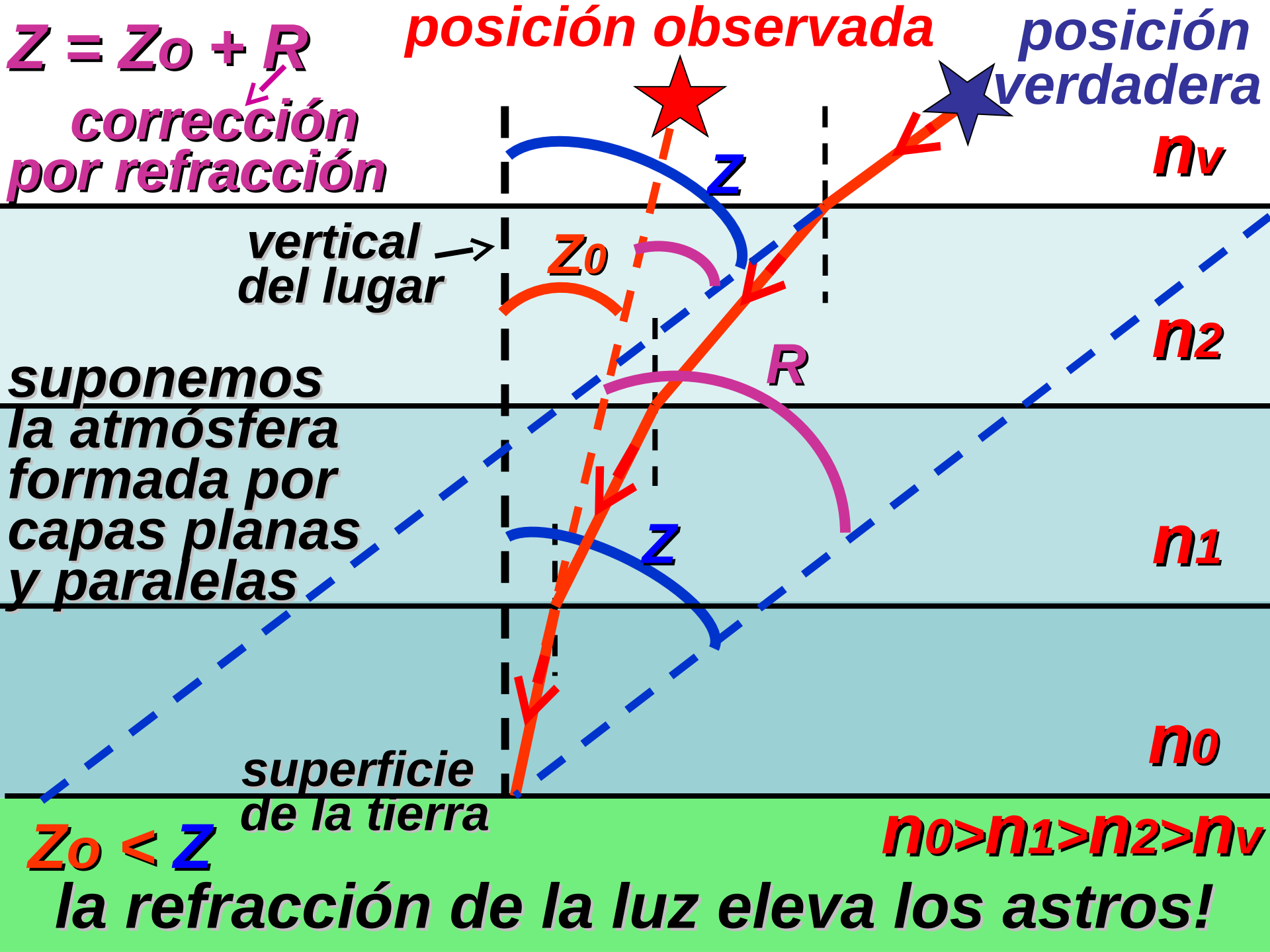
$$i = r$$

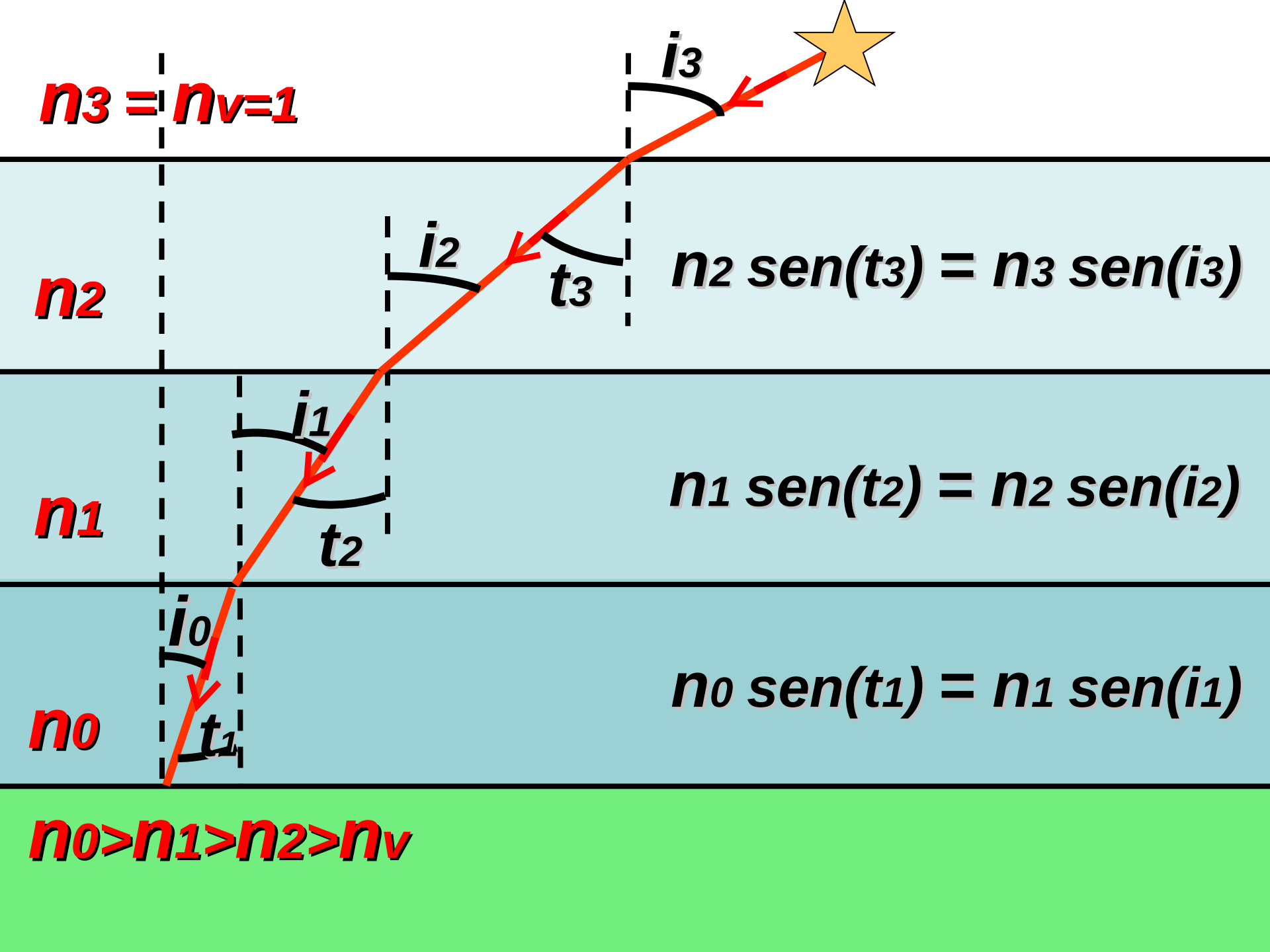
$$t < i \text{ si } n_2 > n_1$$

$$t > i \text{ si } n_2 < n_1$$

$$n_2 \sin(t) = n_1 \sin(i)$$

↓
ley de Snell





$$1) n_2 \operatorname{sen}(t_3) = n_3 \operatorname{sen}(i_3)$$

$$2) n_1 \operatorname{sen}(t_2) = n_2 \operatorname{sen}(i_2)$$

$$3) n_0 \operatorname{sen}(t_1) = n_1 \operatorname{sen}(i_1)$$

$$n_3=1 \longrightarrow 1) n_2 \operatorname{sen}(t_3)=\operatorname{sen}(i_3)$$

$$t_3=i_2 \longrightarrow 1) n_2 \operatorname{sen}(i_2)=\operatorname{sen}(i_3)$$

$$1) \text{ y } 2) \longrightarrow n_1 \operatorname{sen}(t_2)=\operatorname{sen}(i_3)$$

$$t_2=i_1 \longrightarrow n_1 \operatorname{sen}(i_1)=\operatorname{sen}(i_3)$$



$$\text{por } 3) \longrightarrow n_0 \operatorname{sen}(t_1)=\operatorname{sen}(i_3)$$

$$t_1=i_0 \longrightarrow n_0 \operatorname{sen}(i_0)=\operatorname{sen}(i_3)$$

$$i_0=Z_0 \text{ y } i_3=Z \longrightarrow \boxed{n_0 \operatorname{sen}(Z_0)=\operatorname{sen}(Z)}$$

en **$\sin(Z_0) = \sin(Z)$** , **$Z = Z_0 + R$**

$\Rightarrow \sin(Z_0) = \sin(Z_0 + R)$

$\sin(Z_0) = \sin(Z_0) \cos(R) + \cos(Z_0) \sin(R)$

R es muy pequeño $\Rightarrow \begin{cases} \sin(R) \approx R \text{ [rad]} \\ \cos(R) \approx 1 \end{cases}$

$\sin(Z_0) = \sin(Z_0) + \cos(Z_0) R$



despejando $R \Rightarrow R[\text{rad}] = (\sin(Z_0) - 1) \tan(Z_0)$

**en condiciones normales
de presión y temperatura $\rightarrow 1.00029255$**

$R'' = (0.00029255) 206265 \tan(Z_0)$

$R'' = 60.24 \tan(Z_0)$

en condiciones normales de presión y temperatura: $t=0^{\circ}\text{C}$ y $P=76\text{cm de Hg}$



$$R['] = 60.24 \operatorname{tg}(Z_0) \quad (1)$$

para condiciones diferentes de las normales debe usarse:

$$R['] = 60.24 \operatorname{tg}(Z_0) \frac{P}{76} \frac{273}{t + 273} \quad (2)$$

**(1) y (2) son válidas para Z_0 no demasiado grandes ($Z_0 < 60^{\circ}$)
para objetos cercanos al horizonte debe usarse otra expresión**

valores empíricos cerca del horizonte

$$Z=89.5^{\circ} \text{ (} h=0.5^{\circ} \text{)} \rightarrow R=28' 27''$$

$$Z=90^{\circ} \text{ (} h=0^{\circ} \text{)} \rightarrow R=34' 7''$$



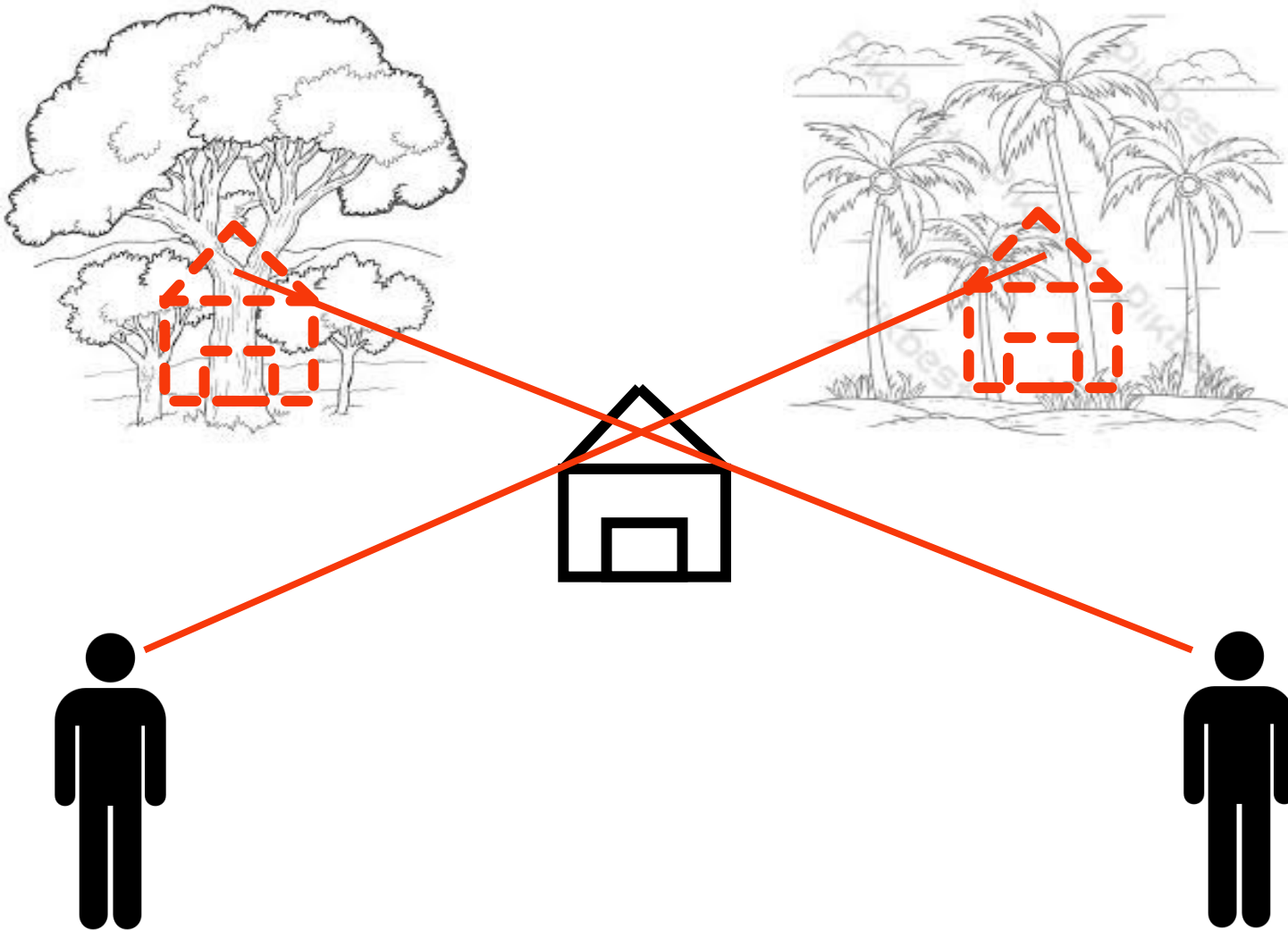
**deformación del disco lunar y solar
en el horizonte**

**en primera aproximación puede
considerarse que el azimut no es
afectado por la refracción**

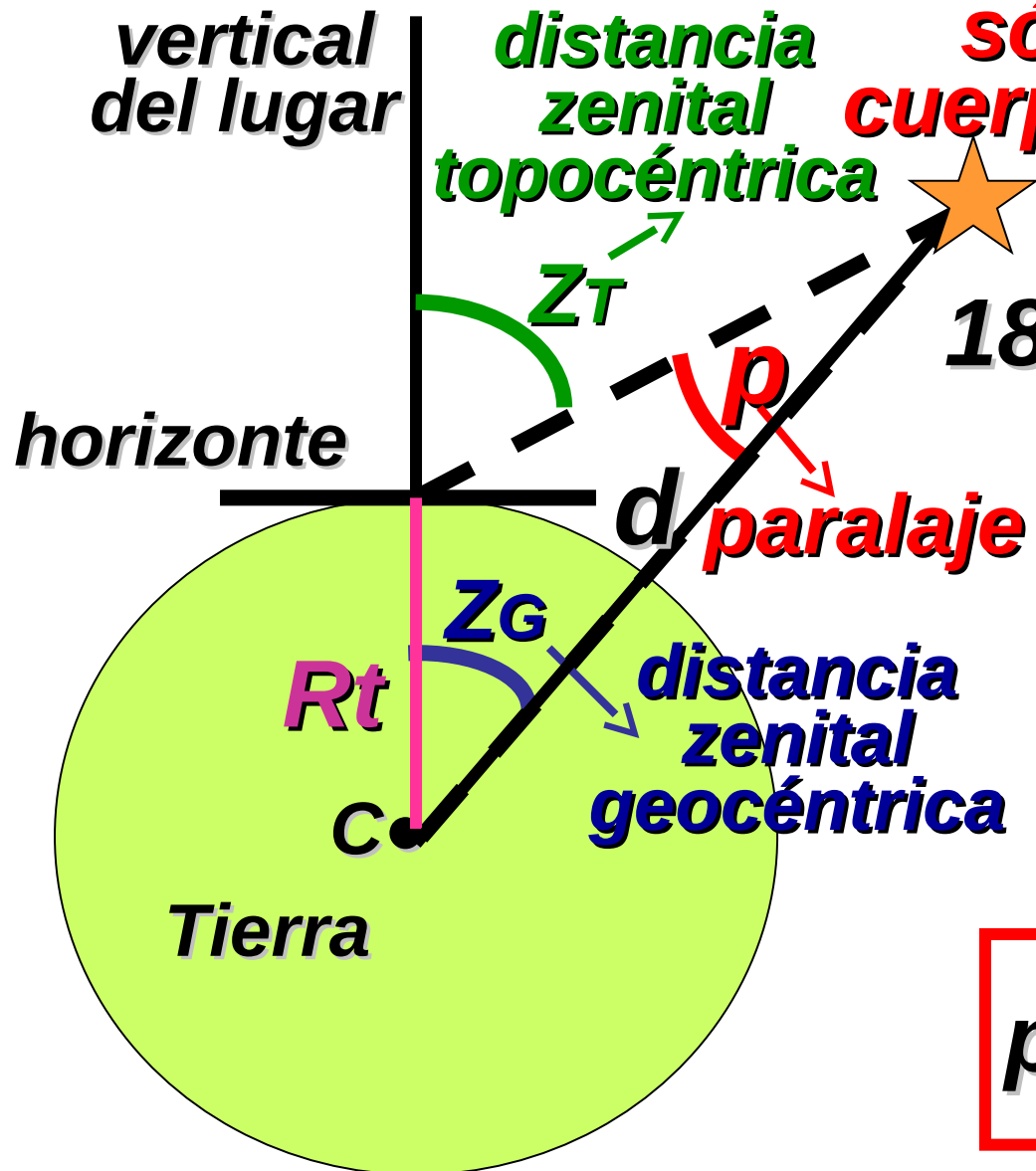
**la altura observada debe corregirse por
refracción antes de hacer cualquier otro
cálculo**

paralaje

cambio aparente en la posición de un objeto debido al cambio de posición del observador



paralaje diurna **ángulo bajo el cual se ve el radio de la tierra desde el astro**
sólo tiene sentido para cuerpos del sistema solar

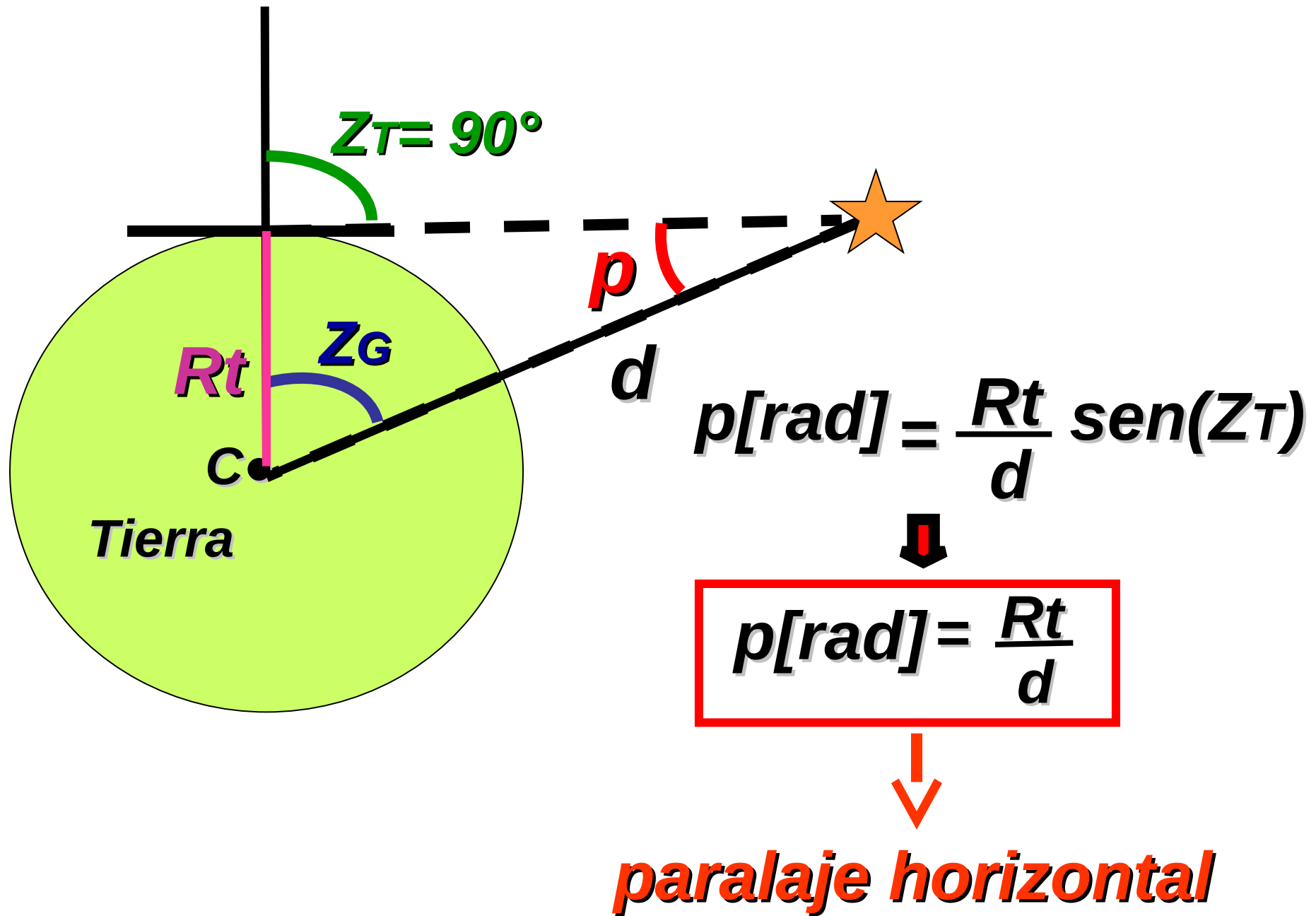


$$180^\circ - Z_T + Z_G + p = 180^\circ$$

$$\boxed{Z_G = Z_T - p}$$

$$\frac{\text{sen}(p)}{R_t} = \frac{\text{sen}(Z_T)}{d}$$

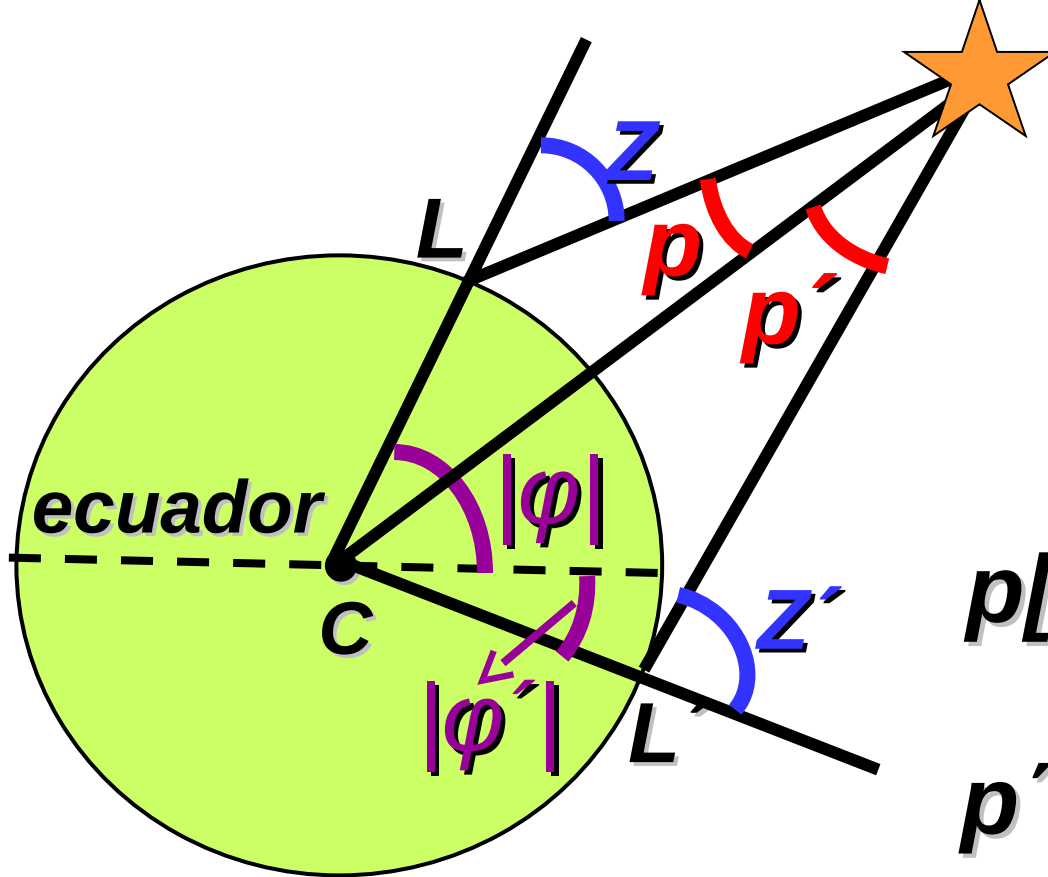
$$\boxed{p[\text{rad}] = \frac{R_t}{d} \text{sen}(Z_T)}$$



para que las coordenadas observadas de un astro no dependan del lugar de observación se las refiere al centro de la Tierra, corrigiéndolas por paralaje diurna

$$p[\text{rad}] = \frac{R_t}{d} \text{sen}(Z_T)$$

Z_T se obtiene de las observaciones suponiendo conocido el radio terrestre, el conocimiento de la paralaje nos permite obtener la distancia al astro ¿pero como obtener la paralaje diurna?



L y L' : dos lugares sobre el mismo meridiano con el astro arriba del horizonte

$$p[\text{rad}] = \frac{Rt}{d} \text{sen}(Z)$$

$$p'[\text{rad}] = \frac{Rt}{d} \text{sen}(Z')$$

$$|\varphi| + |\varphi'| + p + p' + 180^\circ - Z + 180^\circ - Z' = 360^\circ$$

$$\boxed{\frac{Rt}{d} = \frac{Z + Z' - (|\varphi| + |\varphi'|)}{\text{sen}(Z) + \text{sen}(Z')}}$$

cálculo de $p \rightarrow Z_G = Z_T - p$

$$\frac{Rt}{d} = \frac{Z + Z' - (|\varphi| + |\varphi'|)}{\text{sen}(Z) + \text{sen}(Z')}$$

cálculo de d

en primera aproximación puede considerarse que el azimut no es afectado por paralaje diurna

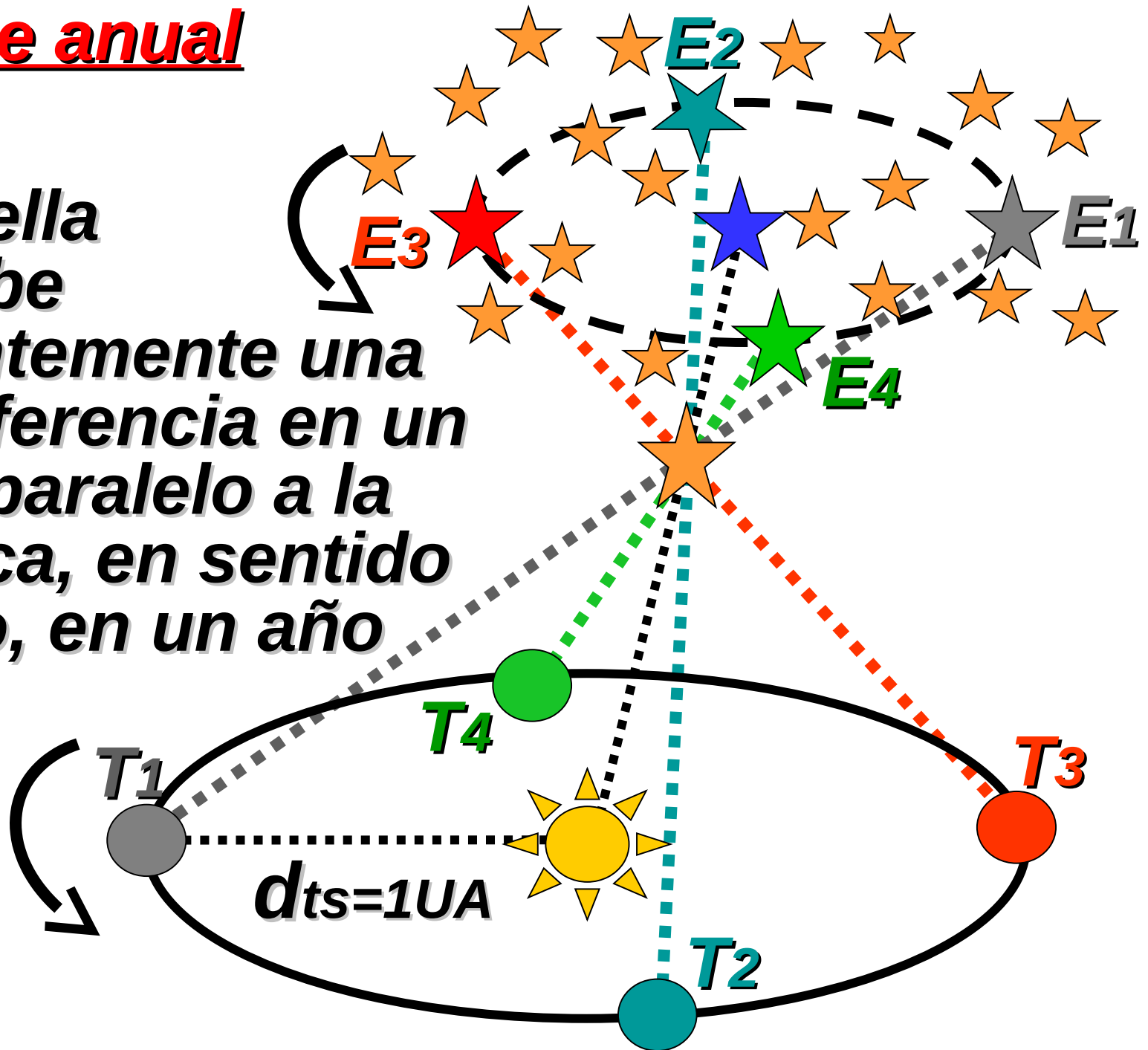
la altura observada de un objeto del sistema solar debe corregirse por paralaje diurna

paralaje lunar = $57' 2.6''$

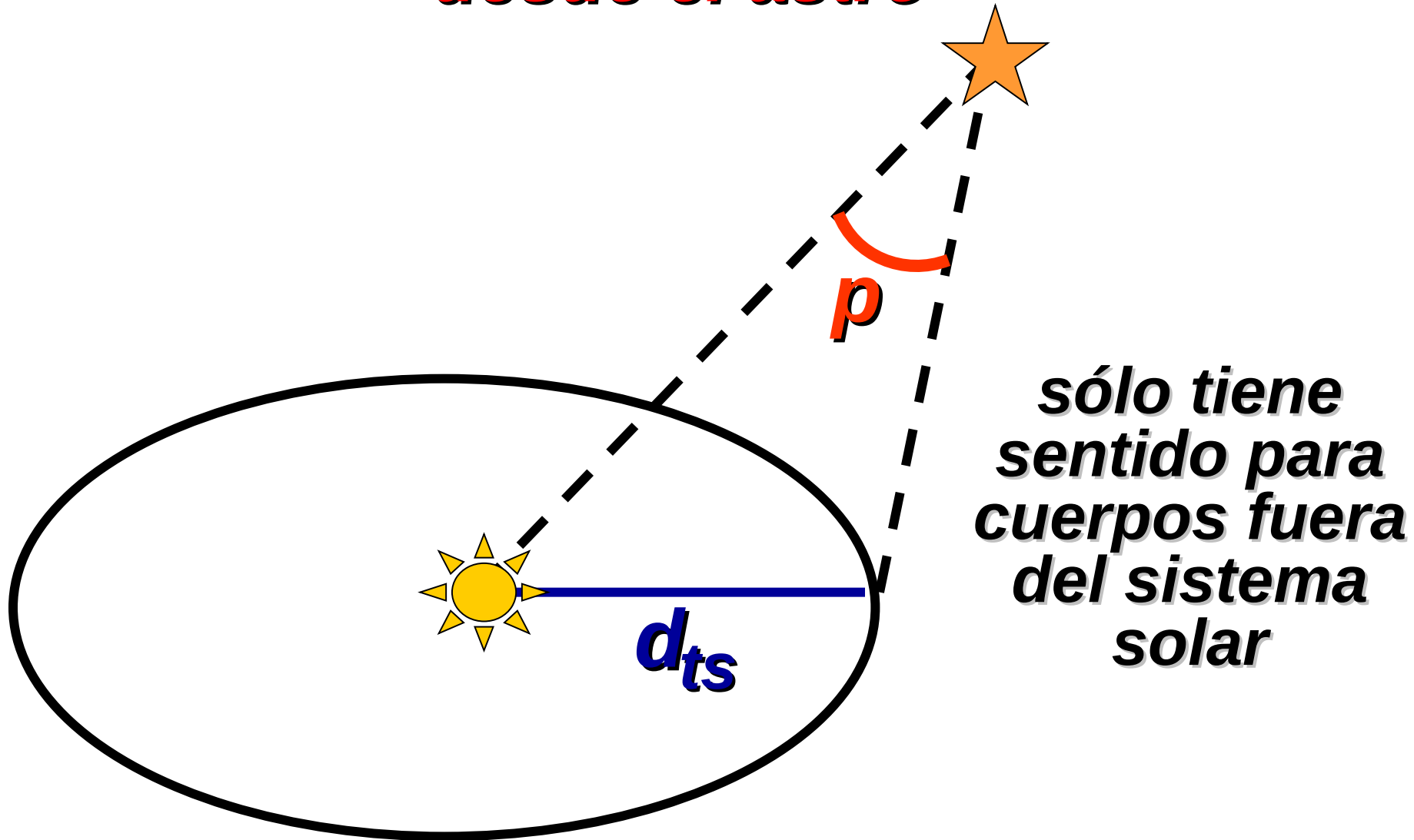
paralaje solar = $8.8''$

paralaje anual

la estrella describe aparentemente una circunferencia en un plano paralelo a la eclíptica, en sentido directo, en un año



paralaje anual de un astro es el ángulo bajo el cual se ve la distancia tierra-sol desde el astro



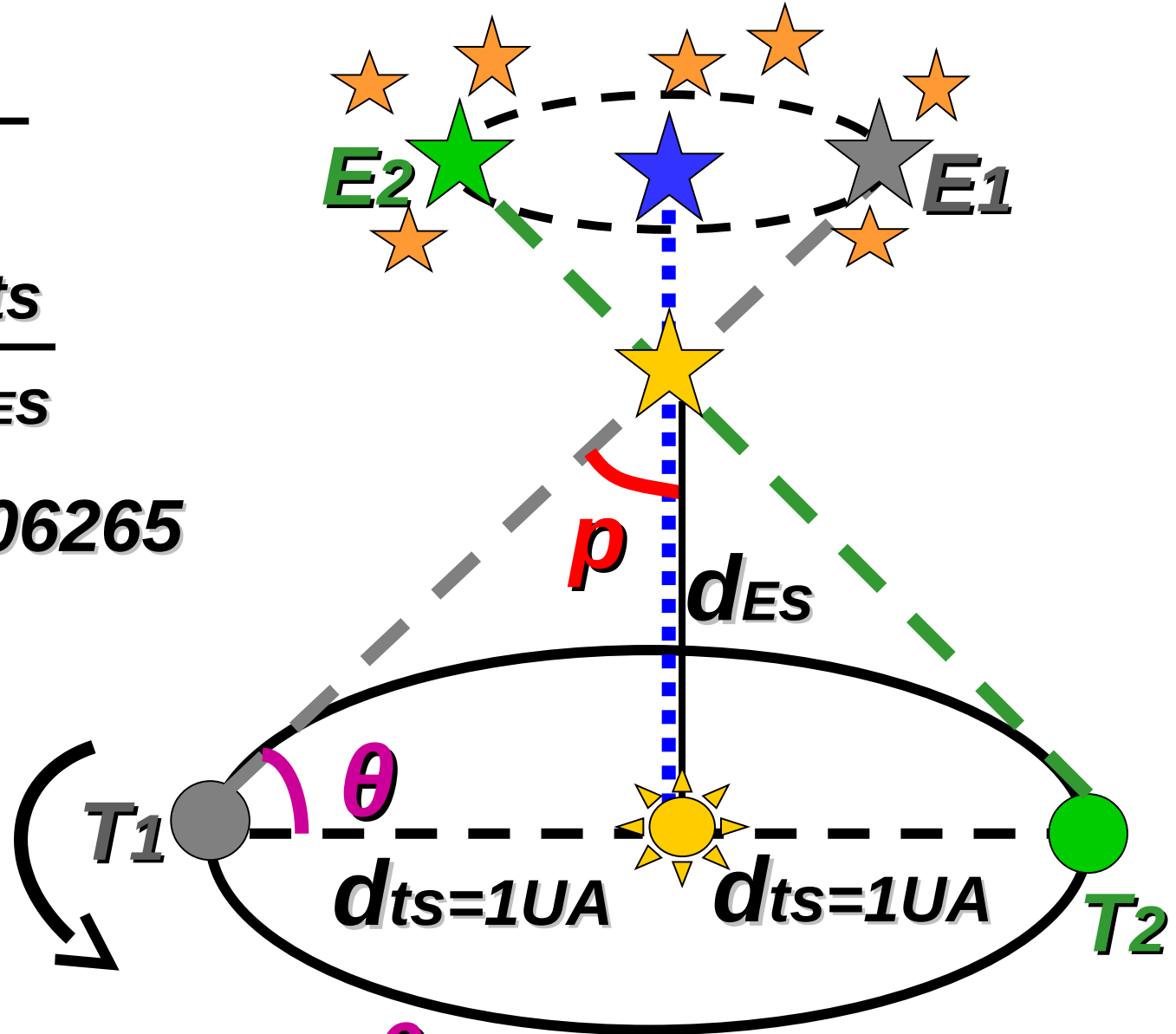
estrella en el polo de la eclíptica: $\beta=90^\circ$

$$\text{tg}(p) = \frac{dts}{d_{ES}}$$



$$p[\text{rad}] = \frac{dts}{d_{ES}}$$

$$p["] = \frac{dts}{d_{ES}} 206265$$



prácticamente se mide θ

estrella con $\beta \neq 90$

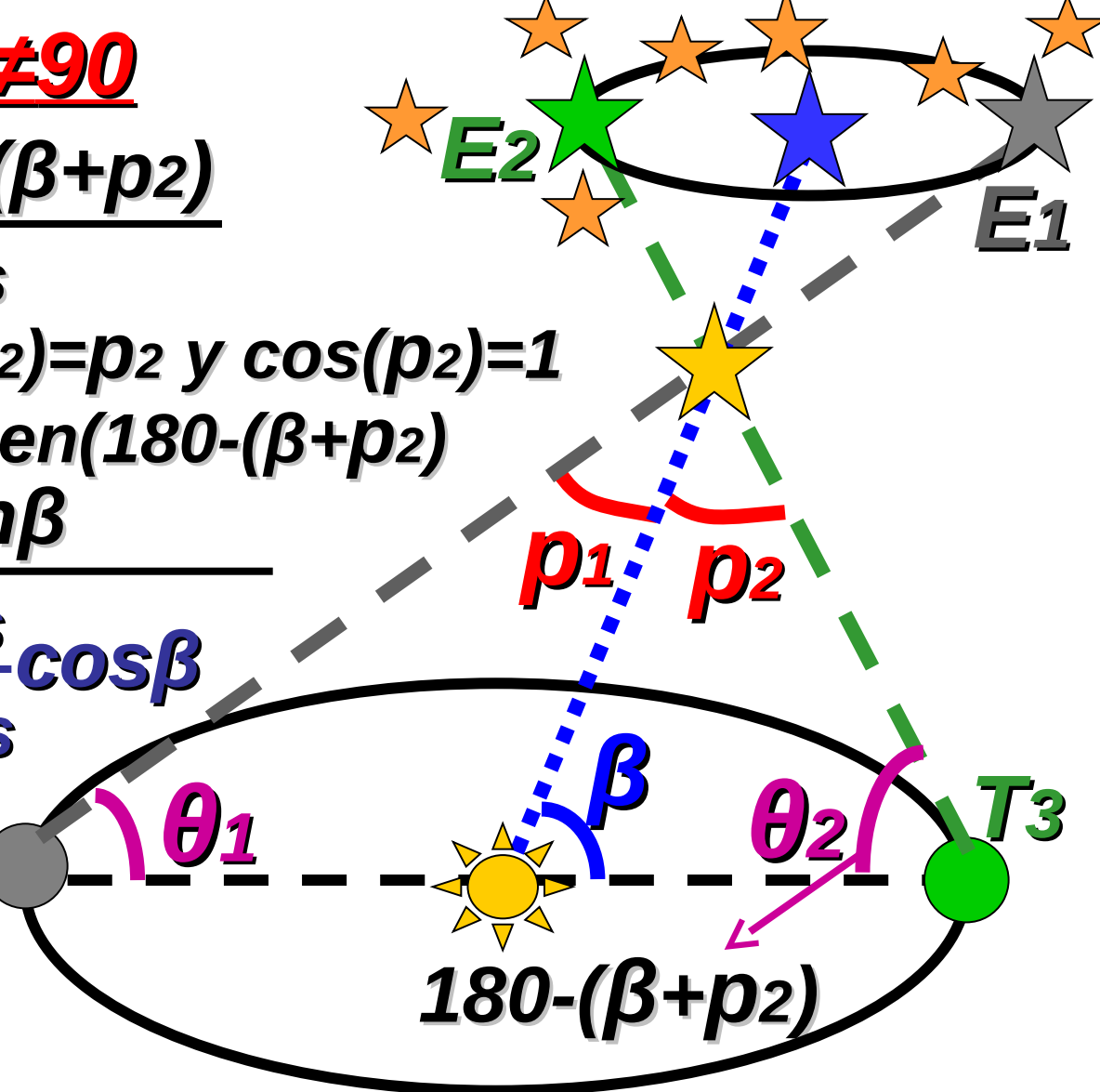
$$\frac{\text{sen}(p_2)}{d_{ts}} = \frac{\text{sen}(180-(\beta+p_2))}{d_{ES}}$$

considerando $\text{sen}(p_2)=p_2$ y $\cos(p_2)=1$
 en el desarrollo de $\text{sen}(180-(\beta+p_2))$

$$p_2[\text{rad}] = \frac{d_{ts}}{d_{ES}} \frac{\text{sen}\beta}{1 - \frac{d_{ts}}{d_{ES}} \cos\beta}$$

$\ll 1$

$$p_2[\text{rad}] = \frac{d_{ts}}{d_{ES}} \text{sen}\beta$$



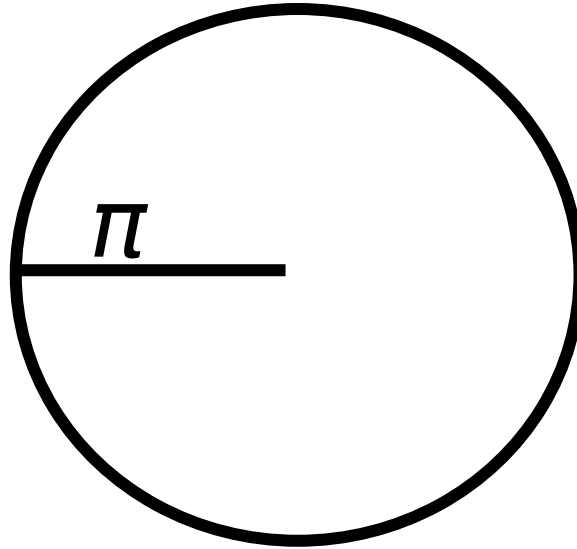
trabajando en el otro triángulo $\rightarrow p_1 \approx p_2$

prácticamente se miden θ_1 y $\theta_2 \rightarrow p_1 + p_2$

elipse paraláctica en la superficie λ, β

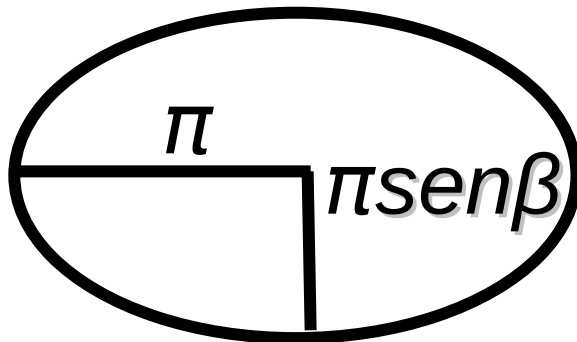
$$\pi = \frac{d_{TS}}{d_{ES}}$$

$$\beta = 90^\circ$$



***circunferencia
de radio π***

$$0^\circ < \beta < 90^\circ$$



***elipse con eje
mayor π paralelo
a la eclíptica y eje
menor $\pi \text{ sen } \beta$***

$$\beta = 0^\circ$$



***segmento de
recta paralelo a
la eclíptica***

$$p["] = \frac{d_{ts}}{d_{ES}} 206265$$

ambas distancias en las mismas unidades

1

distancias en UA



$$p["] = \frac{1}{d_{ES[UA]}} 206265$$

definición

1 parsec (pc) es la distancia a la cual se encuentra una estrella con $p=1''$

si $p=1''$, $1 = \frac{1}{d_{ES[UA]}} 206265$



$$d_{ES[UA]} = 206265 \Rightarrow$$

$$1pc = 206265UA$$

2

$$1\text{pc} = 206265\text{UA} \quad (2)$$

$$1\text{UA} = \frac{1}{206265} \text{pc}$$

reemplazando en:

$$p[""] = \frac{1}{d_{ES}[\text{UA}]} 206265$$

$$p[""] = \frac{1}{\cancel{206265} d_{ES}[\text{pc}]} \cancel{206265}$$

$$p[""] = \frac{1}{d_{ES}[\text{pc}]} \quad (3) \quad d_{ES}[\text{pc}] = \frac{1}{p[""]}$$

$$1\text{UA} = 1.5 \times 10^8 \text{ km}$$

$$1\text{pc} = 3.1 \times 10^{13} \text{ km}$$

$$1\text{AL} = 9.46 \times 10^{12} \text{ km}$$

$$1\text{AL} = 0.3\text{pc}$$

$$1\text{pc} = 3.27\text{AL}$$

paralaje de la estrella más cercana a la Tierra:
 $\pi(\text{Próxima Centauri})=0.77''$

primera paralaje medida por Bessel en 1838:
 $\pi(61 \text{ Cygni})=0.314''$ (valor actual $0.285''$)

desde la tierra se puede medir $\pi > 0.''01$

hasta mediados del siglo XX sólo se conocían
las paralajes de unas 6000 estrellas

desde el espacio se puede medir $\pi > 0.''002$

el satélite Hipparcos midió la paralaje de
más de 100000 estrellas y el satélite GAIA
más de 2.5 millones!

$$p=0.''77 \Rightarrow d=1.3 \text{ pc} = 4.23 \text{ AL}$$

$$p=0.''01 \Rightarrow d=100 \text{ pc} = 326 \text{ AL}$$

$$p=0.''002 \Rightarrow d=500 \text{ pc} = 1630 \text{ AL}$$

aberración

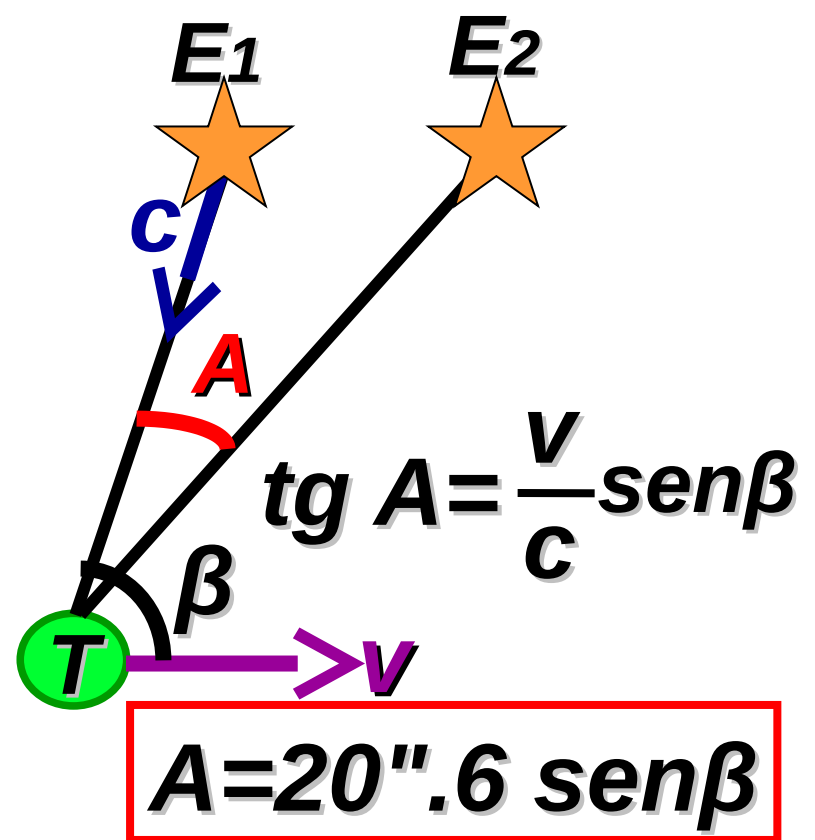
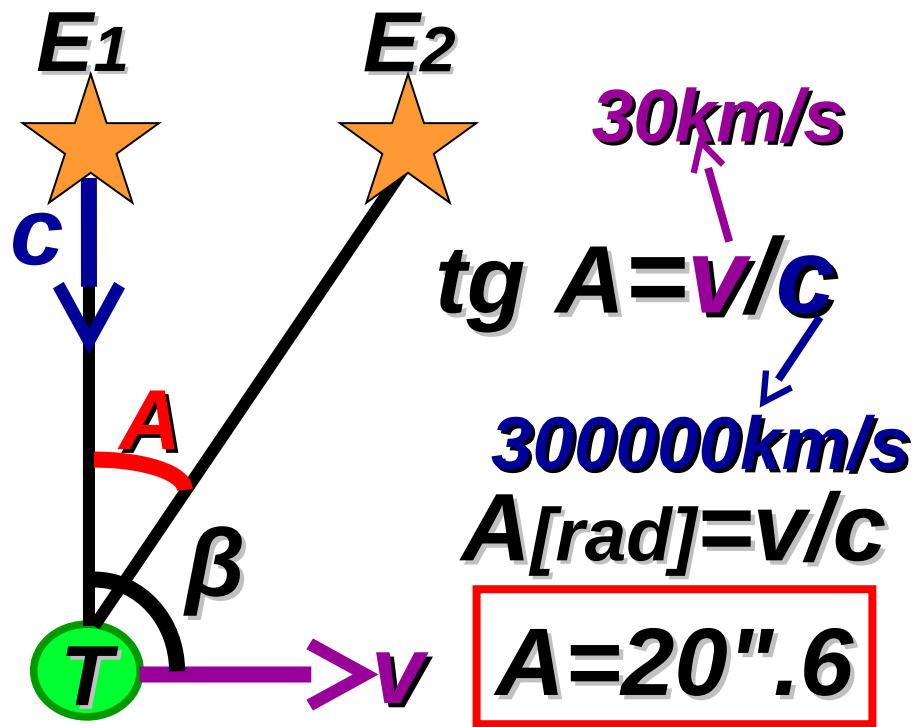
cambio de posición del observador { **efecto geométrico: paralaje**
efecto óptico: aberración

composición de la velocidad de la tierra y la velocidad de la luz → aberración

composición de la velocidad de traslación de la tierra en su órbita y la velocidad de la luz → aberración anual

composición de la velocidad de rotación de la tierra sobre su eje y la velocidad de la luz → aberración diurna

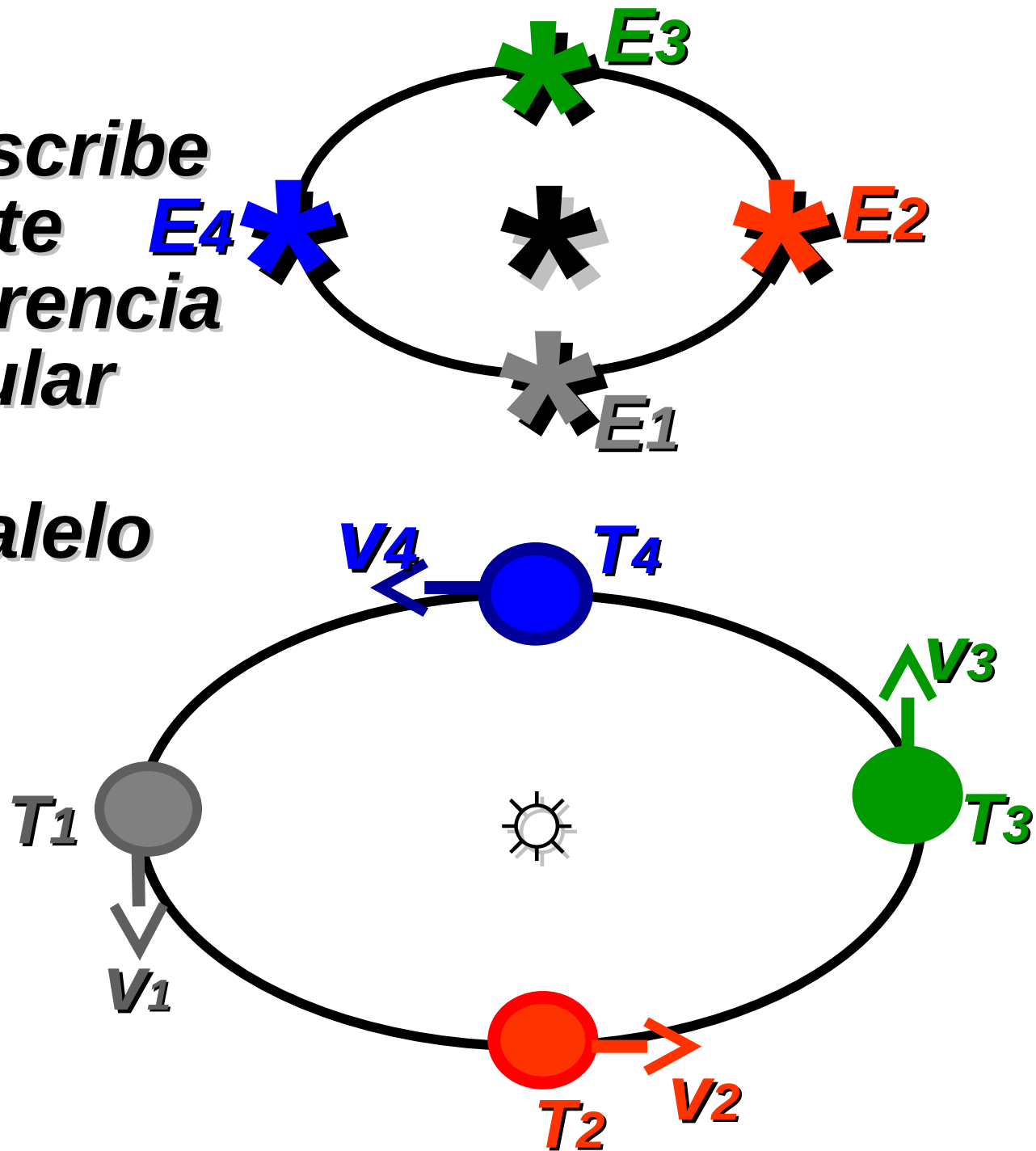
aberración anual



ya que interviene c , para la deducción de estas expresiones debe recurrirse a la teoría de la relatividad

el fenómeno de aberración tiene por efecto desplazar las posiciones verdaderas de los astros en la dirección del movimiento del observador

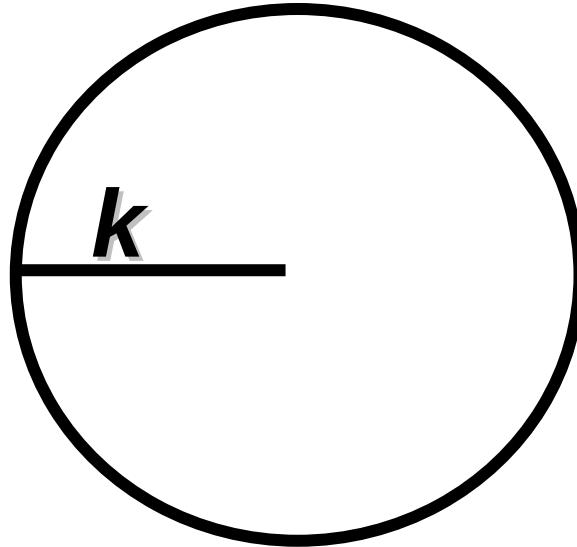
**la estrella describe
aparentemente
una circunferencia
de radio angular
 $A=20''.6$ en
un plano paralelo
a la eclíptica,
en sentido
directo,
en un año**



elipse de aberración en la superficie λ, β

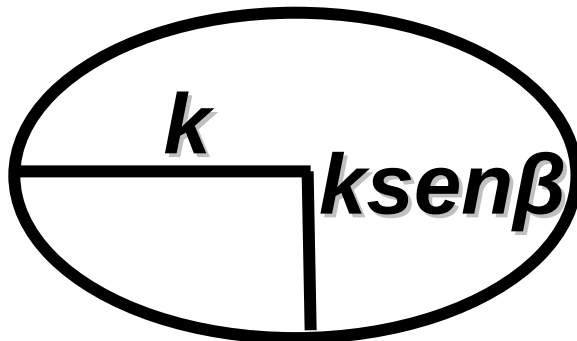
$K=20''.6$: constante. de aberración anual

$\beta=90^\circ$



***circunferencia
de radio K***

$0^\circ < \beta < 90^\circ$



***elipse con eje
mayor k paralelo
a la eclíptica y
eje menor $k \text{ sen } \beta$***

$\beta=0^\circ$



***segmento de
recta paralelo a
la eclíptica***

el eje mayor de la elipse de aberración es igual para todas las estrellas y mucho mayor que el de la elipse paraláctica

elipse combinada de aberración y paralaje anual

semieje mayor: $\sqrt{\pi^2 + k^2}$

semieje menor: $\sqrt{\pi^2 + k^2} \sin \beta$

aberración diurna

$$V_e = \omega R = 0.46 \text{ km/s}$$

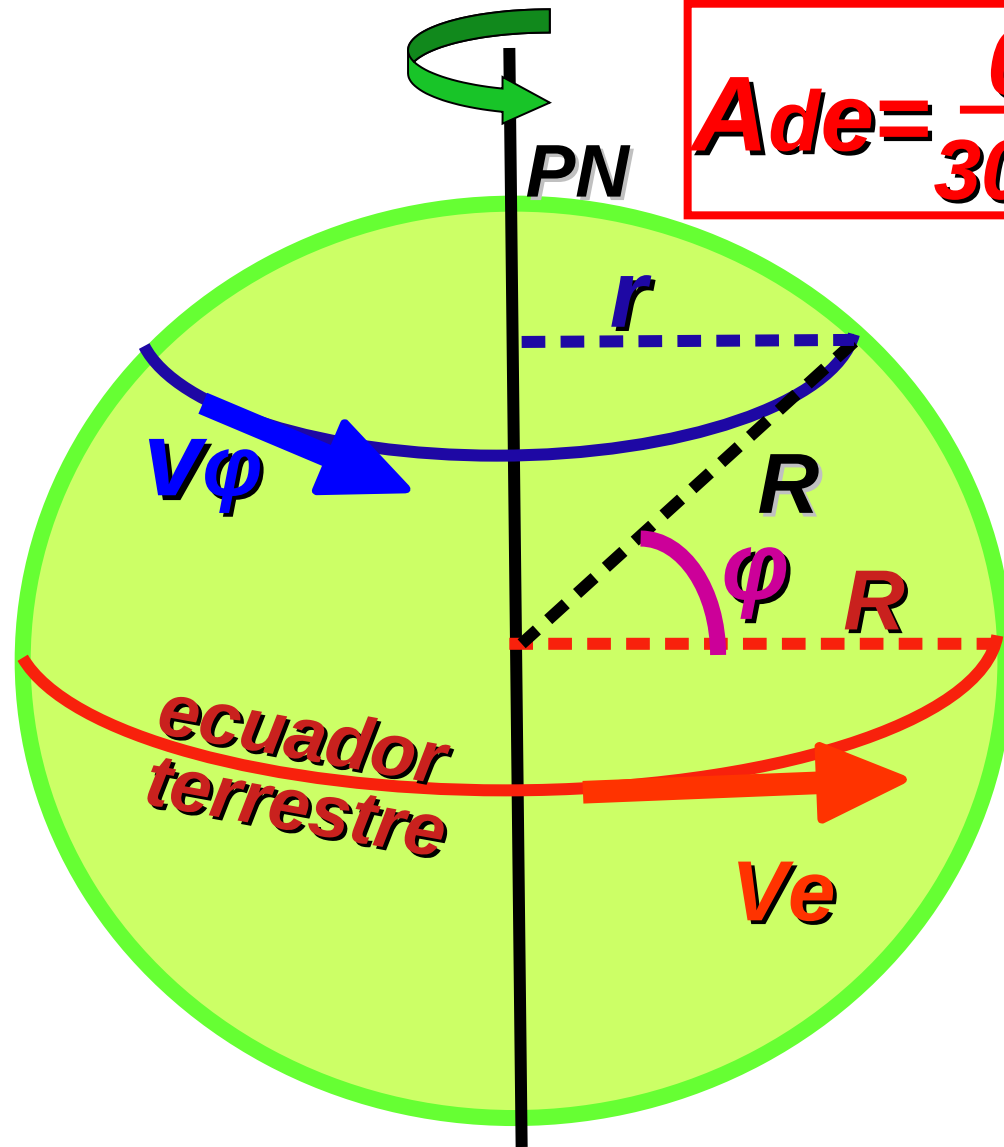


$$A_{de} = \frac{0.46}{300000} 206265 = 0.32''$$

$$V_\varphi = \omega r = \omega R \cos \varphi$$



$$A_{d\varphi} = 0.32'' \cos \varphi$$



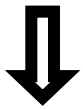
precesión

segunda ley de Newton:



$$F=ma \Rightarrow \text{si } F=0, a=0$$

$$F = \frac{dp}{dt}$$



$$\text{si } F=0, p=\text{cte}$$

p: cantidad de movimiento lineal

$$p=mv \rightarrow \frac{dp}{dt} = \frac{d(mv)}{dt} = m \frac{dv}{dt} = ma$$

para una partícula en rotación:

$$\omega = v/r \quad 1)$$

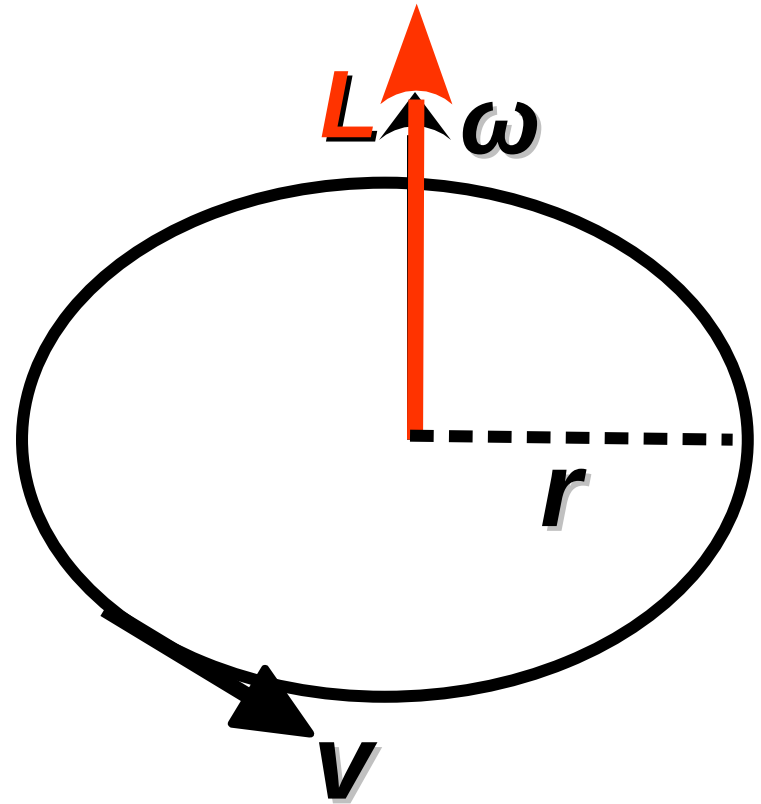
si llamamos $L = mvr$
por 1) $L = mr^2\omega$

**cantidad de
movimiento angular**
para un conjunto
de n partículas:

$$L = \sum_{i=1}^n (m_i r_i^2) \omega$$

$$L = I \omega$$

momento de inercia = I



$$\frac{dp}{dt} = m a$$

$$F = \frac{dp}{dt}$$

$$\frac{dL}{dt} = I \alpha \rightarrow \text{aceleración angular}$$

$$\tau = \frac{dL}{dt}$$

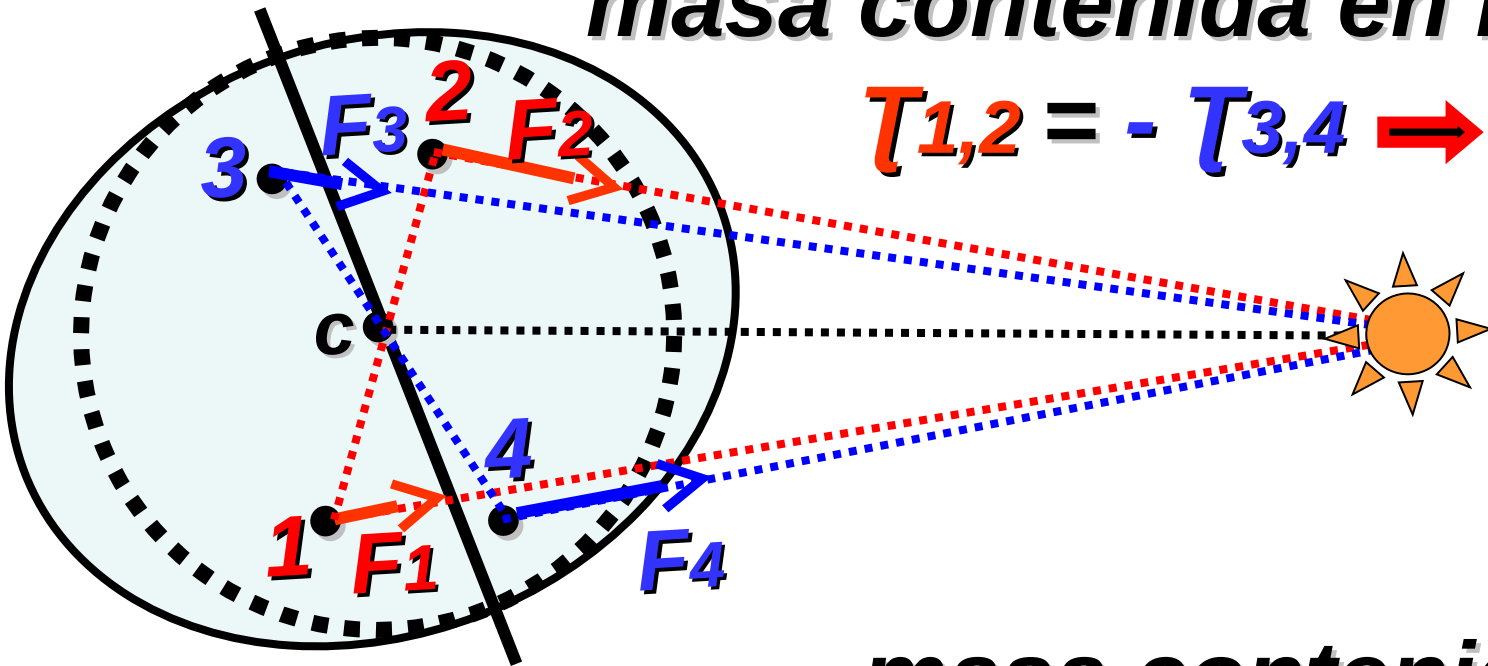
$\tau = F \times r$: momento de rotación, momento de la fuerza o torque

si $F=0$, $p=\text{cte}$
si $F \neq 0$, p varia en
módulo o dirección

si $\tau=0$, $L=\text{cte}$
si $\tau \neq 0$, L varia en
módulo o dirección

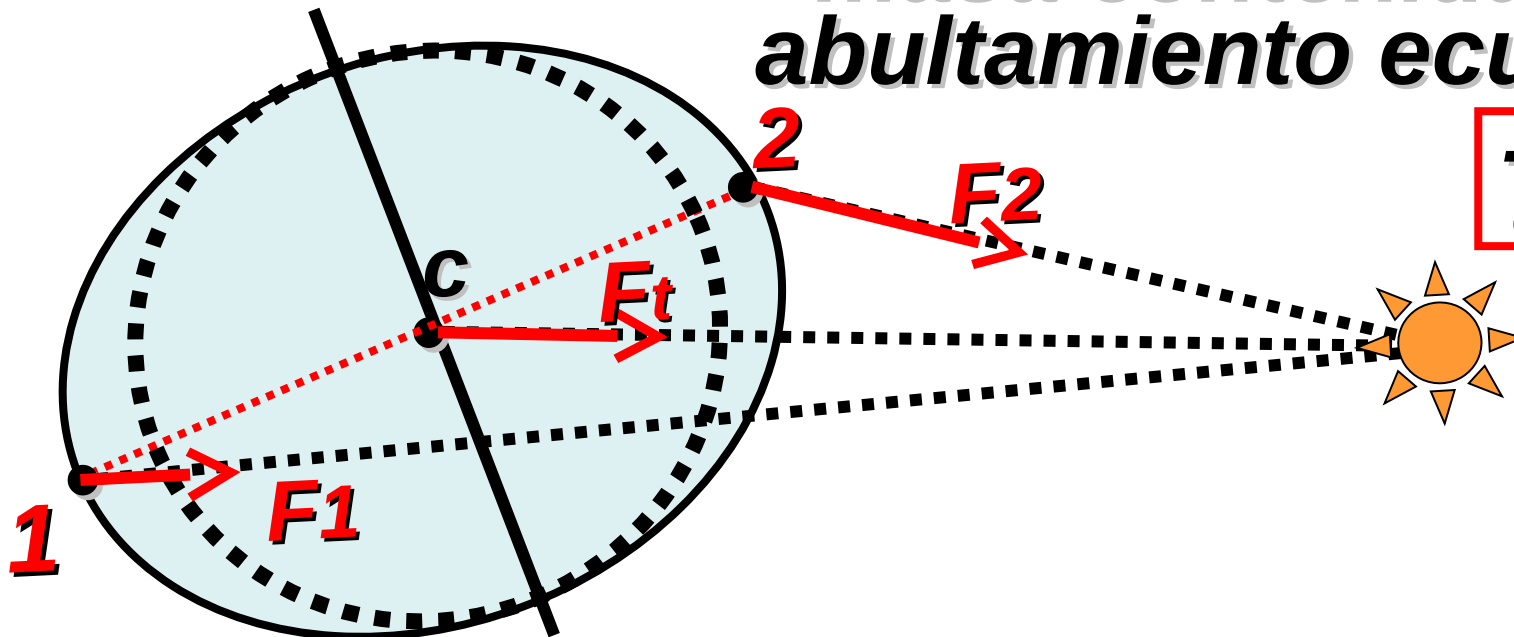
masa contenida en la esfera:

$$\tau_{1,2} = -\tau_{3,4} \Rightarrow \tau_t = 0$$



***masa contenida en el
abultamiento ecuatorial:***

$$\tau_t \neq 0$$



$\tau t \neq 0 \Rightarrow \frac{dL}{dt} \neq 0 \Rightarrow L$ cambia de dirección



*tiende a hacer
coincidir
el ecuador con
la eclíptica*



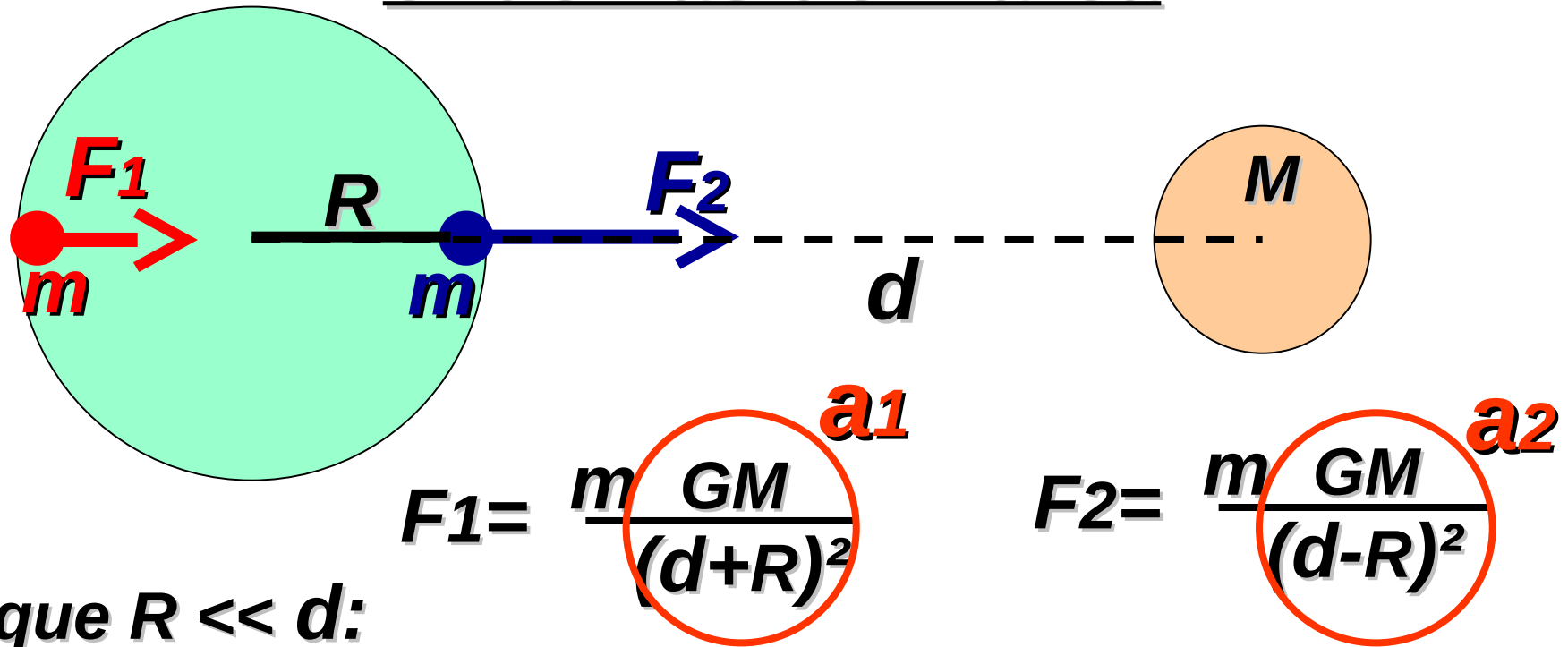
no lo logra porque la tierra rota!



*el eje de rotación
de la tierra cambia
de dirección*

$F_t \Rightarrow$ traslación

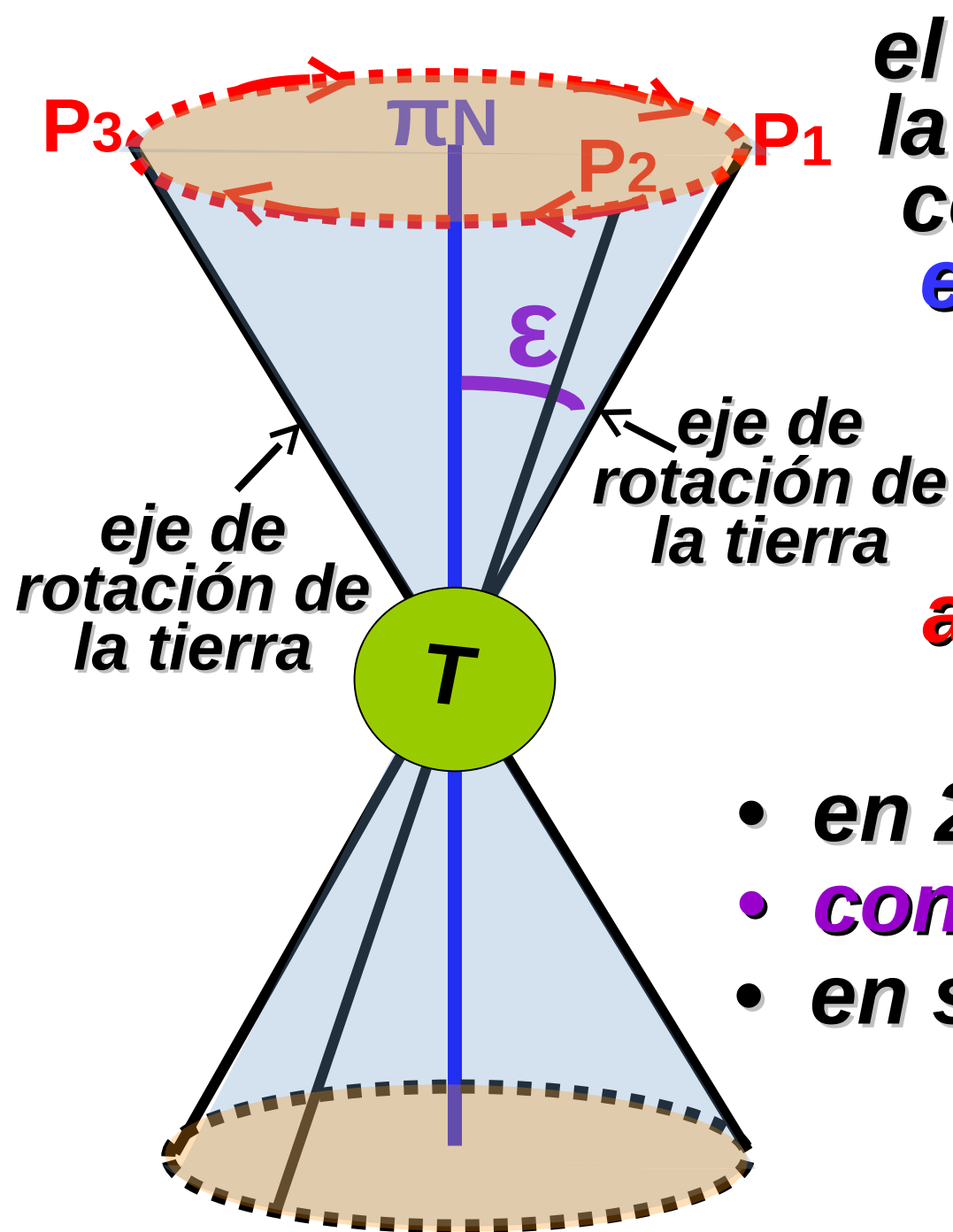
fuerzas gravitacionales diferenciales o fuerzas de marea



ya que $R \ll d$:

$$\Delta F = F_2 - F_1 = m(a_2 - a_1) = \frac{m4GMR}{d^3}$$

fuerzas gravitacionales diferenciales inversamente proporcionales a la distancia al cubo $\Rightarrow$ la influencia de la luna en la precesión es 2.2 veces mayor que la del sol



el eje de rotación de la tierra describe un cono alrededor del eje de la eclíptica

el polo celeste describe una circunferencia alrededor del polo de la eclíptica

- **en 26000 años**
- **con ϵ constante**
- **en sentido retrógrado**

**como consecuencia del movimiento de
precesión de la Tierra, los equinoccios se
mueven sobre la eclíptica en sentido
retrógrado**



precesión lunisolar de los equinoccios

**por acción de los planetas la eclíptica
también se mueve, y los equinoccios se
mueven en sentido directo**



precesión planetaria

precesión lunisolar + precesión planetaria



precesión general

precesión de los equinoccios lunisolar:

$\gamma_2 - \gamma_1 = 50''.37$ por año
en sentido retrógrado

por acción de la luna:

$34''.6$ por año

por acción del sol:

$15''.77$ por año

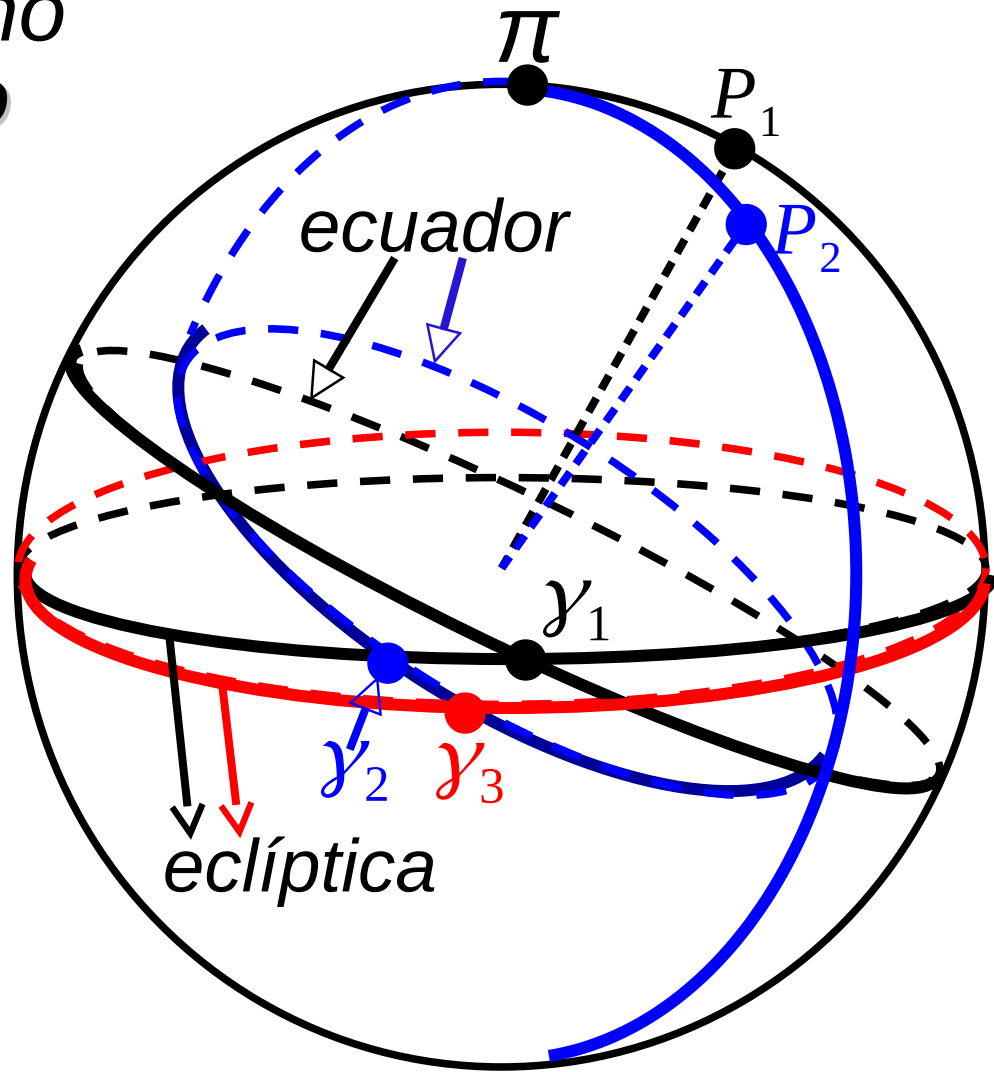
precesión planetaria:

$\gamma_3 - \gamma_2 = 0''.11$ por año

en sentido directo

precesión general:

$\gamma_3 - \gamma_1 = 50''.26$ por año **en sentido retrógrado**

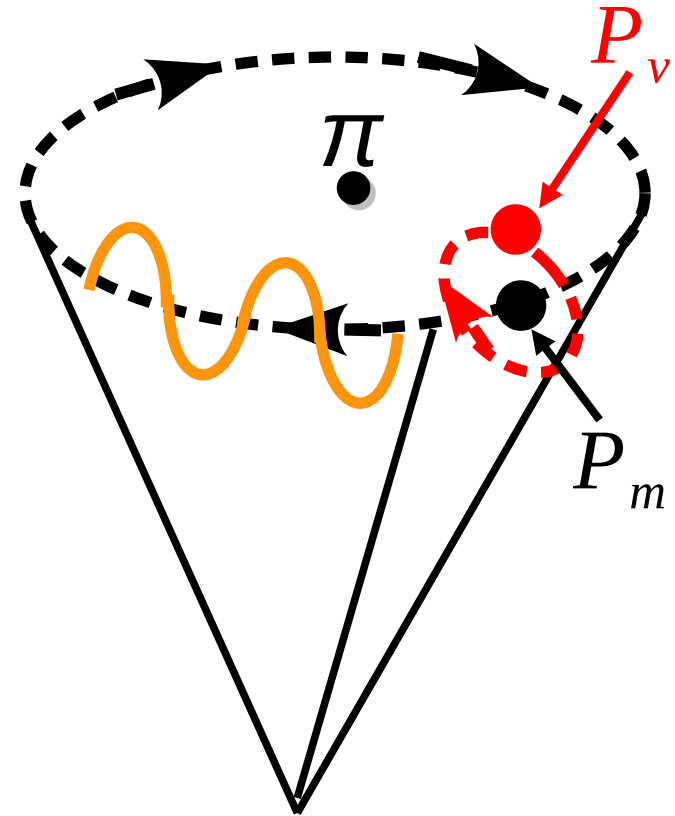


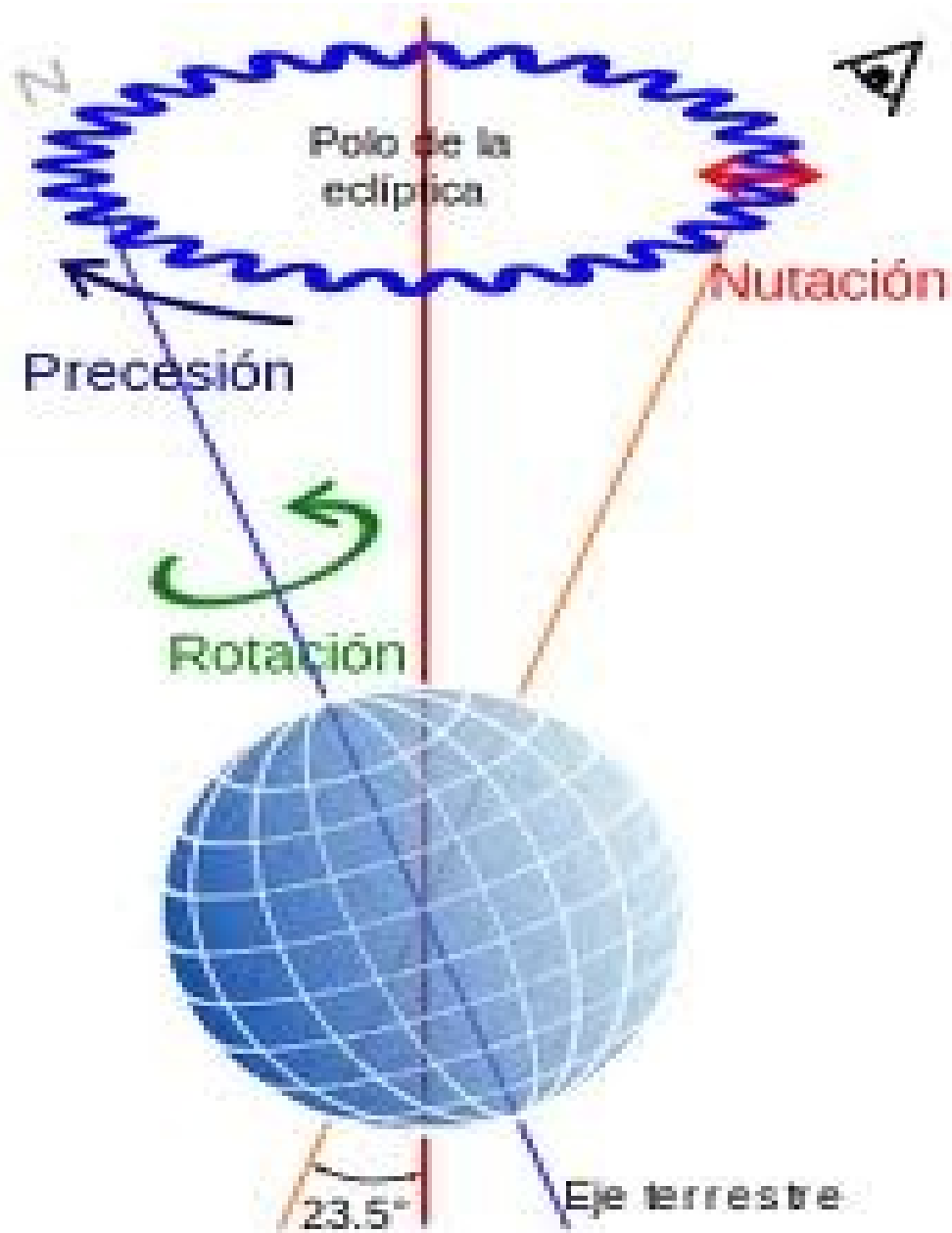
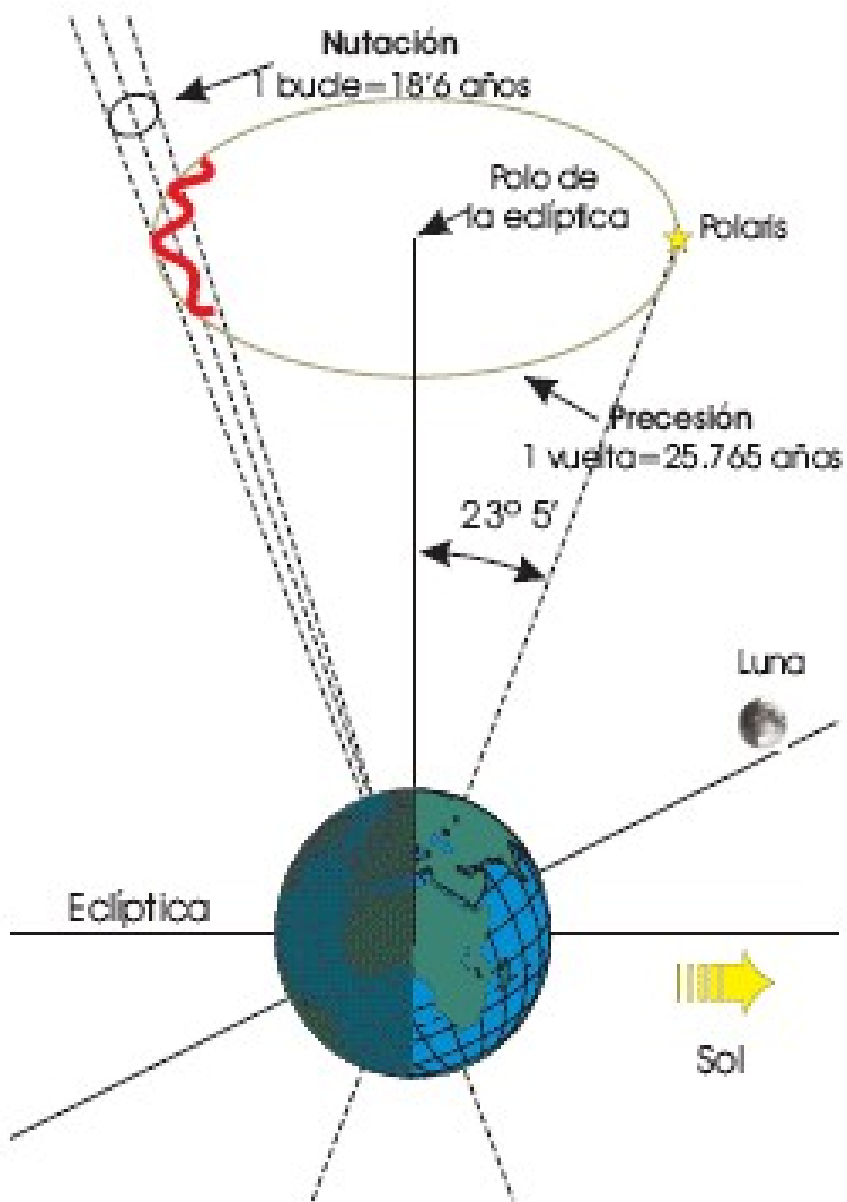
**plano de la órbita de la luna está inclinado
5°.9 con respecto a la eclíptica y precesa**

**el eje perpendicular a la órbita describe
alrededor del eje de la eclíptica una
circunferencia en 18.6 años**

nutación

**el polo instantáneo
describe en sentido
retrógrado, en 18.6
años, una elipse
alrededor del polo
medio con semiejes
9".21 y 6".86**





consecuencias de la precesión

1) precesión de los equinoccios

2) cambia la posición de los polos en la esfera celeste:

estrella polar actual= α de la Osa Menor (Polaris); estrella polar en 13000 años= α de la Lira (Vega)

3) cambian los puntos de la órbita donde comienzan las estaciones:

actualmente el invierno comienza en el HS cuando la tierra se encuentra en el afelio, en 13000 años el invierno comenzará en el HS cuando la tierra se encuentre en el perihelio.

4) los signos del zodiaco ya no coinciden con las constelaciones del mismo nombre

**5) cambian las coordenadas ecuatoriales
y eclipticales de los astros**

coordenadas instrumentales u observadas

obtenidas de la observación

coordenadas aparentes

**coordenadas observadas corregidas por
paralaje y aberración diurna, y por
refracción.**

coordenadas verdaderas

**coordenadas aparentes corregidas por
paralaje y aberración anual**

coordenadas medias

**coordenadas verdaderas corregidas por
nutación**

coordenadas medias

**coordenadas verdaderas corregidas por
nutación**

**coordenadas de los catálogos:
coordenadas medias con respecto a la
posición del punto γ de una determinada
época**

ejemplo:

**$\alpha_{1950.0}$ y $\delta_{1950.0} \Rightarrow \alpha$ y δ referidas al
equinoccio (γ) de 1950**